

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры математического анализа
протокол от «11» марта 2022 г. № 8

СОГЛАСОВАНО
Декан факультета математики и
информационных технологий

Зав. кафедрой



/З.Ю. Фазуллин



/З.Ю. Фазуллин

«21» марта 2022 г.

**УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ
ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ
В АСПИРАНТУРЕ**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Вещественный, комплексный и функциональный анализ
Вариативная часть

Направление подготовки
01.06.01 – Математика и механика


Направленность (профиль) подготовки
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Квалификация
Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения
Очная, заочная

Уфа – 2022 г.

Разработчик:


(подпись) / д.ф.-м.н., доцент, профессор Ишкин Х.К.
(ученая степень, ученое звание, должность, фамилия и.о.)

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на заседании кафедры математического анализа, протокол № 8 от «11» марта 2022 г.

Зав. кафедрой  /З.Ю. Фазуллин

Список документов и материалов

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)	6
4. Фонд оценочных средств по дисциплине	
4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	8
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	
5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	14
5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины	15
6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	16
Приложение №1	17
Приложение №2	20

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

В результате освоения основной профессиональной образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Результаты обучения		Формируемая компетенция (с указанием кода)	Примечание
Знания	<p>1. Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – фундаментальные основы вещественного, комплексного и функционального анализа; – современное состояние в науке; – классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа. 	ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»	
Умения	<p>1. Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – четко формулировать и доказывать теоремы вещественного, комплексного и функционального анализа; – применять классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа. 	ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».	
Владения (навыки / опыт деятельности)	<p>1. Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками анализа классических результатов (теорем, лемм, утверждений) вещественного, комплексного и функционального анализа. 	ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требо-	

		ваниям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».	
--	--	---	--

2. Цели и место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «*Вещественный, комплексный и функциональный анализ*» относится к вариативной части.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре – очная форма обучения, на 2,3 курсах в 4,5 семестрах – заочная форма обучения.

Целью дисциплины «*Вещественный, комплексный и функциональный анализ*» является подготовка обучающихся к сдаче кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин, как «Математический анализ» «Комплексный анализ», «Функциональный анализ», «Действительный анализ», основы которых даются при обучении по программам бакалавриата и магистратуры. Дисциплина «*Вещественный, комплексный и функциональный анализ*» – раздел математики, в котором изучаются функции и их обобщения (функционалы, операторы). Она включает в себя исследования по следующим направлениям:

1. *Вещественный анализ*, в котором изучаются локальные и глобальные свойства функций действительных переменных, их представления и приближения. Вещественный анализ включает в себя:

а) метрическую теорию функций, в которой на основе понятий меры и интеграла исследуются свойства функций и их производных, изучаются функциональные (в т.ч. ортогональные) ряды и их приложения;

б) теорию функциональных пространств; исследования классов функций, возникающих в математике и ее приложениях;

в) теорию приближения функций.

2. *Комплексный анализ*, в котором изучаются аналитические функции одного и многих комплексных переменных и их свойства, аналитическое продолжение, граничные свойства аналитических функций, различные классы и пространства аналитических функций, представления аналитических функций (ряды, непрерывные дроби, интегральные представления и т. п.), вопросы приближения аналитическими функциями (многочленами, рациональными функциями, экспоненциальными многочленами и т. п.), геометрическая теория функций одного и многих комплексных переменных, конформные отображения и их обобщения (квазиконформные, биголоморфные и т. п.), краевые задачи для аналитических функций, приложения теории потенциала в комплексном анализе и комплексная теория потенциала (в т. ч. субгармонические и плюрисубгармонические функции).

3. *Функциональный анализ*, в котором изучаются отображения бесконечномерных пространств (функционалы, операторы). Функциональный анализ включает в себя теорию векторных пространств, геометрию нормированных пространств, интегрирование и меры в функциональных пространствах, интегральные представления

и преобразования, теорию операторов (в т. ч. теорию дифференциальных операторов), теорию возмущений операторов, теорию рассеяния, теорию банаховых алгебр, теорию представлений групп и алгебр, теорию обобщенных функций, теорию динамических систем, вариационное исчисление.

3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов)

Содержание рабочей программы представлено в Приложении № 1 (очная форма обучения) и Приложении 2 (заочная форма обучения).

4. Фонд оценочных средств по дисциплине

4.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код и формулировка компетенции

ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
		2 («Не удовлетворительно»)	3 («Удовлетворительно»)	4 («Хорошо»)	5 («Отлично»)
Первый этап (уровень)	Знать: – фундаментальные основы вещественного, комплексного и функционального анализа; – современное состояние в науке; – классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и	Отсутствие знаний	Неполные представления о – фундаментальных основах вещественного, комплексного и функционального анализа; – современном состоянии в науке; – классических и современных мето-	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в представлении о – фундаментальных основах вещественного, комплексного и функционального анализа; – современном состоя-	Сформированные систематические представления о – фундаментальных основах вещественного, комплексного и функционального анализа; – современном состоя-

	функционального анализа		дах решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа	нии в науке; – классических и современных методах решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа	– классических и современных методах решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа
Второй этап (уровень)	Уметь: – четко формулировать и доказывать теоремы вещественного, комплексного и функционального анализа; – применять классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа.	Отсутствие умений	Фрагментарные умения – четко формулировать и доказывать теоремы вещественного, комплексного и функционального анализа; – применять классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа.	В целом успешные, но содержащие отдельные пробелы умения – четко формулировать и доказывать теоремы вещественного, комплексного и функционального анализа; – применять классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа.	Сформированные умения – четко формулировать и доказывать теоремы вещественного, комплексного и функционального анализа; – применять классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа.
Третий этап (уровень)	Владеть: навыками анализа классических результатов (теорем, утверждений) вещественного, комплексного и функционального анализа.	Отсутствие владений	В целом успешное, но не систематическое владение навыками анализа классических результатов (теорем, утверждений) вещественного, комплексного и функционального анализа.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владения навыками анализа классических результатов (теорем, утверждений) вещественного, комплексного и функционального анализа.	Успешное владение навыками анализа классических результатов (теорем, утверждений) вещественного, комплексного и функционального анализа.

				анализа.	
--	--	--	--	----------	--

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Этапы освоения	Результаты обучения	Компетенция	Оценочные средства
1-й этап Знания	Знать: – фундаментальные основы вещественного, комплексного и функционального анализа; – современное состояние в науке; – классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа.	ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».	Письменный опрос, реферат, кандидатский экзамен
2-й этап Умения	Уметь: – четко формулировать и доказывать теоремы вещественного, комплексного и функционального анализа; – применять классические и современные методы решения задач вещественного, комплексного и функционального анализа.	ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».	Письменный опрос, реферат, кандидатский экзамен
3-й этап Владение	Владеть: навыками анализа классических результатов (тео-	ПК-1: способностью к самостоятельному проведению научно-	Письменный опрос, реферат, кандидатский экзамен

навыками	рем, утверждений) вещественного, комплексного и функционального анализа.	исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по направленности (научной специальности) «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».	
----------	--	--	--

Кандидатский экзамен

Программа кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ состоит из трех блоков:

1. Вещественный анализ

1. Меры, измеримые функции, интеграл. Конструкция лебеговского продолжения. Измеримые функции.
2. Сходимость функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина. Предельный переход под знаком интеграла.
3. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.
4. Неопределенный интеграл Лебега и теория дифференцирования. Дифференцируемость монотонной функции почти всюду. Функции с ограниченным изменением (вариацией). Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона-Никодима. Интеграл Стильтьеса.
5. Пространства суммируемых функций и ортогональные ряды. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства L^p , их полнота. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в L^2 и равенство Парсеваля. Ряды по ортогональным системам.
6. Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье. Условия сходимости ряда Фурье. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Преобразование Фурье интегрируемых и квадратично интегрируемых функций. Свойство единственности для преобразования Фурье. Теорема Планшереля. Преобразование Лапласа. Преобразование Фурье - Стильтьеса.
7. Гладкие многообразия и дифференциальные формы. Касательное пространство к многообразию в точке. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал. Интеграл от формы по многообразию. Формула Стокса. Основные интегральные формулы анализа.

2. Комплексный анализ

8. Интегральные представления аналитических функций. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры). Интегральная формула-Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши его предельные значения. Формулы Сохоцкого.

9. Ряды аналитических функций. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности.

10. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Приближение аналитических функций многочленами.

11. Целые и мероморфные функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара.

12. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.

13. Конформные отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

14. Аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение-неполная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса). Понятие римановой поверхности. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии.

15. Изолированные особые точки аналитических функций, точки ветвления бесконечного порядка. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля—Шварца. Модулярная функция. Нормальные семейства функций, критерий нормальности. Теорема Пикара.

16. Гармонические функции. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Инвариантность гармоничности при конформной замене переменных. Бесконечная дифференцируемость. Теорема о среднем и принцип максимума. Теорема единственности. Задача Дирихле. Формула Пуассона для круга.

3. Функциональный анализ

17. Метрические и топологические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Полнота и пополнение метрических пространств. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах.

18. Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Банаха-Хана. Отделимость выпуклых множеств. Нормированные пространства. Критерии компактности множеств в пространствах C и L^p . Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства.

19. Линейные функционалы и линейные операторы. Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология- и слабая сходимость. Линейные операторы и сопряженные к ним. Пространство линейных

ограниченных операторов. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Теоремы Фредгольма.

20. Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов. Неограниченные операторы.

21. Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремальные задачи для дифференцируемых функционалов. Метод Ньютона.

22. Обобщенные функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дифференцирование, прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста; их преобразование Фурье. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление). Структура обобщенных функций с компактным носителем.

Экзаменационный билет состоит из трех основных вопросов и одного дополнительного вопроса программы экзамена.

Образец экзаменационного билета:

ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»
Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа
Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика
Направленность «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»
Экзаменационный билет № ___
по дисциплине «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»
(20__–20__ уч. год)

1. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.
2. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
3. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление).

Зав. кафедрой

З.Ю. Фазуллин

Кандидатский экзамен оценивается по пятибалльной шкале.

Примерные критерии оценивания ответа на экзамене:

5 баллов (отлично) выставляется аспиранту, если он дал полный, развернутый ответ на все вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при

выполнении практических заданий. Аспирант без затруднений ответил на дополнительный вопрос.

4 балла (хорошо) выставляется аспиранту, если он ответил на все вопросы, однако допустил неточности в определении основных понятий; при ответе на дополнительный вопрос допущены небольшие неточности; дал развернутые ответы на два из трех вопроса из билета и ответил на дополнительный вопрос.

3 балла (удовлетворительно) выставляется аспиранту, если при ответе вопросы билета им допущены несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос.

2 балла (неудовлетворительно) выставляется аспиранту, если ответы на вопросы свидетельствуют о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Аспирант не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Вопросы для письменного опроса в течение семестра

1. Нормированные пространства. Примеры. Критерий непрерывности линейного оператора в нормированных пространствах.
2. Эквивалентные семейства полунорм. Локально выпуклые пространства (ЛВП) и их "полинормируемость".
3. Ограниченные множества в ЛВП. Критерии нормируемости и метризуемости.
4. Борнологические ЛВП. Достаточность множества непрерывных линейных функционалов на хаусдорфовом ЛВП. Полные ЛВП.
5. Пространства Фреше; теоремы Банаха об открытом отображении и Банаха-Штейнгауза для пространств Фреше. Дуальные пары и слабые топологии.
6. Ограниченность слабо ограниченных множеств. Связь равностепенной непрерывности со слабой* ограниченностью.
7. Аннуляторы и поляры. Теорема о биполяре и ее следствия. Теорема Банаха-Алаоглу. Слабые топологии и компактные операторы.
8. Индуктивные топологии.
9. Проективные топологии.
10. Пространство обобщенных функций. Регулярные обобщенные функции. Дельта-функция.
11. Меры Радона как обобщенные функции. Умножение обобщенной функции на гладкую. Дифференцирование обобщенных функций. Замена переменной в обобщенных функциях.
12. Носитель обобщенной функции.
13. Преобразование Фурье интегрируемых функций.
14. Преобразование Фурье на прямой: связь с дифференцированием.
15. Свертка функций на прямой и ее свойства. Преобразование Фурье и свертка. Преобразование Фурье как автоморфизм пространства Шварца.
16. Тождество Парсевалья-Планшереля.
17. Преобразование Фурье обобщенных функций умеренного роста.
18. Примеры вычисления преобразования Фурье.

Каждому аспиранту дается 3 вопроса. Каждый из ответов на эти вопросы может быть оценен от 0 до 5 баллов.

Критерии оценки (в баллах):

- **5 баллов** выставляется аспиранту, если он дал полный, развернутый ответ на вопрос.

- **4 балла** выставляется аспиранту, если он раскрыл основной вопрос, однако допущены неточности в определении основных понятий.

- **2-3 балла** выставляется аспиранту, если при ответе на вопрос им допущены несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами.

- **0-2 балла** выставляется аспиранту, если ответ на основной вопрос свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов.

Темы рефератов

Каждому аспиранту предоставляется возможность выбрать тему для написания реферата из списка, представленного ниже. В конце семестра аспирант должен представить преподавателю реферат.

1. Эквивалентные семейства полунорм. Локально выпуклые пространства (ЛВП) и их "полинормируемость".
2. Ограниченность слабо ограниченных множеств. Связь равностепенной непрерывности со слабой* ограниченностью.
3. Аннуляторы и поляры. Теорема о биполяре и ее следствия. Теорема Банаха-Алаоглу. Слабые топологии и компактные операторы.
4. Индуктивные топологии.
5. Преобразование Фурье обобщенных функций умеренного роста.
6. Меры Радона как обобщенные функции. Умножение обобщенной функции на гладкую. Дифференцирование обобщенных функций. Замена переменной в обобщенных функциях.
7. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.
8. Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
9. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема.
10. Диагонализация компактных самосопряженных операторов. Неограниченные операторы.
11. Борнологические ЛВП. Достаточность множества непрерывных линейных функционалов на хаусдорфовом ЛВП. Полные ЛВП.
12. Проективные топологии.
13. Преобразование Фурье интегрируемых функций. Преобразование Фурье на прямой: связь с дифференцированием.
14. Разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара.

За выполнение реферата аспирант может получить от 0 до 15 баллов.

- **15 баллов** выставляется аспиранту, если он сделал реферат, при этом полностью раскрыта тема реферата, использовано достаточное количество источников литературы, приведено достаточное количество примеров.
- **9-14 баллов** выставляется аспиранту, если он сделал реферат, при этом полностью раскрыта тема реферата, но использовано недостаточное количество источников литературы или приведено недостаточное количество примеров.
- **4-8 баллов** выставляется аспиранту, если он сделал реферат, при этом не полностью раскрыта тема реферата или использовано недостаточное количество источников литературы и приведено недостаточное количество примеров.
- **1-3 балла** выставляется аспиранту, если он сделал реферат, при этом не полностью раскрыта тема реферата, использовано недостаточное количество источников литературы и приведено недостаточное количество примеров.
- **0 баллов** выставляется аспиранту, если он не сделал реферат.

Успешное прохождение теоретического опроса и выполнение реферата является допуском к сдаче экзамена (кандидатского экзамена). Аспирант получает допуск к экзамену, если им набрано 20 и более баллов.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. **Колмогоров А.Н.** Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / Колмогоров А. Н., Фомин С. В. — Москва :Физматлит, 2012 .— 573 с. — (Классический университетский учебник).— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online».— ISBN 978-5-9221-0266-7 .— URL:<http://localhost:3571//book/82563/>
2. **Бирман М.Ш.** Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.Ш. Бирман, М.З. Соломяк .— Изд. 2-е, испр. и доп. — СПб. [и др.] : Лань, 2010 .— 457 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=635
3. **Кривошеева О.А., Кривошеев А.С., Абдулнагимов А.И.:** Целые функции экспоненциального типа. Ряды Дирихле/ монография – Уфа, РИЦ БашГУ. 2015. 196 с.
4. **Шварц Л.** Анализ / Л. Шварц ; пер. Б. П. Пугачева .— Москва : Мир. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=441853

Дополнительная литература:

5. **Евграфов, М.А.** Аналитические функции [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб.:Лань, 2008. — 448 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=134
6. **Зорич В.А.** Математический анализ. Т. 1-2. М.: Наука, 1984.
7. **Люстерник Л.А., Соболев В.И.** Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459769

8. **Владимиров В.С.** Уравнения математической физики. М.: Наука, 2008.

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68126

9. **Колмогоров А.Н., Фомин С.В.** Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2012. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82563

10. **Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=464237

11. **Натансон И.П.** Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459802

12. **Привалов, И. И.** Граничные свойства аналитических функций : учебник / И. И. Привалов.— Изд. 2-е, стер. — СПб.; М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950.— 337 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436555

13. **Рудин У.** Основы математического анализа / У. Рудин; пер. с англ. В. П. Хавина .— 4-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2004.— 320 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447958

14. **Шабат Б.В.** Введение в комплексный анализ. Ч. 1. М.: Наука, 1976 (1985). http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=464254

15. **Кудрявцев Л.Д.** Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. Учебник [Электронный ресурс] / Кудрявцев Л. Д. — М.: Физматлит, 2003 .— 425 с. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online. — ISBN 978-5-9221-0185-4 .— URL:<http://www.biblioclub.ru/book/82818/>

16. **Кожевников Н.И.** Ряды и интеграл Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа : учебное пособие / Н.И. Кожевников, Т.И. Краснощекова, Н.Е. Шишкин ; под ред. А.В. Игнатъевой. - Москва: Наука, 1964. - 184 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459752&sr=1

17. **Буров А.Н.** Практикум по спецглавам математики: учебное пособие / А.Н. Буров, Н.Г. Вахрушева, С.В. Клишина. - Новосибирск: НГТУ, 2012. - 114 с.

5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотека Башкирского государственного университета <http://lib.bashedu.ru>

2. Электронно-библиотечная система БашГУ <https://elib.bashedu.ru>

3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>

5. Windows 8 Russian, Windows Professional 8 Russian Upgrade.

6. Microsoft Office Standard 2013 Russian.

7. Maple 16: Universities or Equivalent Degree Granting Institutions New License.

6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

<i>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</i>	<i>Вид занятий</i>	<i>Наименование оборудования, программного обеспечения</i>
1	2	3
<i>Аудитория № 517 (физико-математический корпус – учебное), аудитория № 526 (физмат корпус - учебное).</i>	<i>Лекции, групповые и индивидуальные консультации, текущий контроль и промежуточная аттестация</i>	<p align="center">Аудитория № 517</p> <p>Учебная мебель, доска, мультимедиа-проектор Sony VPL-EX120, XGA, 2600 ANSI, 3,2 кг, экран настенный Projecta Slim Screen 200*200 cm Matte White, потолочное крепление для проектора, доска аудитор. ДА32.</p> <p align="center">Аудитория № 526</p> <p>Учебная мебель, доска</p>
<i>Аудитория № 522 – лаборатория компьютерного моделирования (физмат корпус – учебное), аудитория № 526 (физмат корпус - учебное), аудитория 525 – лаборатория математического моделирования (физмат корпус – учебное).</i>	<i>Семинарские занятия</i>	<p align="center">Аудитория № 522 – лаборатория компьютерного моделирования</p> <p>Учебная мебель, доска, персональный компьютер LenovoThinkCentre A70z IntelPentium E 5800, 320 Gb, 19" – 13 шт., кондиционер LessarLS/LU-H24KB2.</p> <p align="center">Аудитория 525 – лаборатория математического моделирования</p> <p>Учебная мебель, доска, персональные компьютеры в комплекте DEPO Neos 460MDi5 2300/4GDDR1333/T500G /DVDW - 13 шт., доска аудитор. ДА32.</p>
<i>Аудитория 426, Читальный зал №2 (физико-математический корпус)</i>	<i>Самостоятельная работа</i>	<p align="center">Аудитория № 426</p> <p>Учебная мебель, доска, персональные компьютеры Lenovo Think Centre A70z Intel Pentium E 5800, 320 Gb, 19» – 13 шт., шкаф TLK TWP-065442-G-GY.</p> <p align="center">Читальный зал № 2</p> <p>Учебная мебель, учебно-наглядные пособия, стенд по пожарной безопасности, моноблоки стационарные – 8 шт., принтер – 1 шт., сканер – 1 шт.</p> <p>1. Windows Professional 8 Russian Upgrade. Договор № 104 от 17.06.2013 г. Лицензии бессрочные. 2. Microsoft Office Standard 2013 Russian. Договор №114 от 12.11.2014 г. Лицензии бессрочные. 3. Maple 16: Universitiesor Equivalent Degree Granting Institutions New License. Договор № 263 от 07.12.2012 г. Лицензии бессрочные.</p>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» на 5 семестр
(наименование дисциплины)

очная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	2
практических	4
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	64
Учебных часов на подготовку к экзамену/ зачету/ дифференцированному зачету (Контроль)	36

Формы контроля:
экзамен 5 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские за- нятия, лабораторные работы, самостоя- тельная работа и трудоемкость (в часах)			Основная и допол- нительная литера- тура, рекомендуе- мая студентам (но- мера из списка)	Задания по само- стоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успевае- мости (коллоквиу- мы, контрольные работы, компью- терные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	СР			
1	2	3	5	6			
1.	Пространства функций. Пространство непрерывных функций на компакте, пространство L_p , пространство функций аналитических в области, пространство функций аналитических на замыкании области, пространства Смирнова, Фока, Бергмана, Харди, пространства гладких функций, пространство финитных бесконечно дифференцируемых функций.	1	-	10	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуе- мой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
2.	Преобразование Фурье интегрируемых и квадратично интегрируемых функций. Свойство единственности для преобразования Фурье.	1	-	9	[4], [6], [11], [13], [15]	Изучение рекомендуе- мой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
3.	Пространство Шварца и обобщенные функции умеренного роста. Обобщенные функции с компактным носителем как функционалы на пространстве бесконечно- дифференцируемых функций.	-	1	9	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуе- мой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
4.	Теоремы о строении обобщенных функций (обзор).	-	1	9	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуе- мой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
5.	Свойства компактных операторов.	-	2	9	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуе-	Письменный опрос,

	Критерий компактности диагонального оператора. Компактность сопряженного оператора. Аппроксимируемость компактных операторов в гильбертовом пространстве конечномерными.					мой литературы	реферат, доклад, кандидатский экзамен
6.	Целые и мероморфные функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара.	-	-	9	[3]-[5], [9], [10], [12], [14]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
7.	Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов. Неограниченные операторы.	-	-	9	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
	Всего часов:	2	4	64			

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

дисциплины «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»
(наименование дисциплины)

на 4,5 семестр

заочная

форма обучения

Вид работы	Объем дисциплины
Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)	3/108
Учебных часов на контактную работу с преподавателем:	
лекций	2
практических	4
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4
Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СР)	89
Учебных часов на подготовку к экзамену/ зачету/ дифференцированному зачету (Контроль)	9

Формы контроля:

экзамен 5 семестр

№ п/п	Тема и содержание	Форма изучения материалов: лекции, практические занятия, семинарские занятия, лабораторные работы, самостоятельная работа и трудоемкость (в часах)			Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка)	Задания по самостоятельной работе студентов	Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.)
		ЛК	ПР/СЕМ	СР			
1	2	3	5	6	7	8	9
	4 семестр						
1.	Пространство функций. Пространство непрерывных функций на компакте, пространство L_p , пространство функций аналитических в области, пространство функций аналитических на замыкании области, пространства Смирнова, Фока, Бергмана, Харди, пространства гладких функций, пространство финитных бесконечно дифференцируемых функций.	1	-	8	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
2.	Преобразование Фурье интегрируемых и квадратично интегрируемых функций. Свойство единственности для преобразования Фурье.	1	-	8	[4], [6], [11], [13], [15]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
3.	Пространство Шварца и обобщенные функции умеренного роста. Обобщенные функции с компактным носителем как функционалы на пространстве бесконечно-дифференцируемых функций.	-	1	8	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
4.	Теоремы о строении обобщенных функций (обзор).	-	1	6	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
	5 семестр						

5.	Свойства компактных операторов. Критерий компактности диагонального оператора. Компактность сопряженного оператора. Аппроксимируемость компактных операторов в гильбертовом пространстве конечномерными.	-	2	19	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
6.	Целые и мероморфные функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара.	-	-	20	[3]-[5], [9], [10], [12], [14]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
7.	Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов. Неограниченные операторы.	-	-	20	[1], [2], [4], [7]-[9]	Изучение рекомендуемой литературы	Письменный опрос, реферат, доклад, кандидатский экзамен
Всего часов:		2	4	89			